

Streszczenie

Praca dotyczy podalgebr algebr macierzy nad dowolnym ciałem, które spełniają tożsamości wielomianowe zdefiniowane za pomocą komutatorów. Pokażemy, że maksymalne podalgebry algebr macierzy nad ciałem, które spełniają tożsamość wielomianową

$$[x_1, y_1][x_2, y_2] \dots [x_q, y_q] = 0$$

dla dowolnej liczby naturalnej $q \geq 2$, są sprzężone z pewnymi blokowo trójkątnymi podalgebrami algebr macierzy. Będziemy także analizować problemy sprzężoności i izomorfizmów w pewnych klasach blokowo trójkątnych podalgebr algebr macierzy. Ponadto sprawdzimy, kiedy algebry należące do takich klas mają jednoznaczne przedstawienie w postaci blokowej. Co więcej, dla dowolnej liczby naturalnej $q \geq 2$, znajdziemy największy wymiar podalgebry algebry macierzy nad dowolnym ciałem, która spełnia tożsamość wielomianową

$$[[x_1, y_1], z_1][[x_2, y_2], z_2] \dots [[x_q, y_q], z_q] = 0.$$

Przedstawimy również jej konstrukcję.

Słowa kluczowe: algebra macierzy, algebra z tożsamością wielomianową, komutator, macierze blokowe, izomorfizm algebr, sprzężenie podalgebr algebry macierzy

Abstract

This thesis investigates subalgebras of matrix algebras over an arbitrary field that satisfy polynomial identities involving commutators. We show that maximal subalgebras of matrix algebras over a field satisfying the polynomial identity

$$[x_1, y_1][x_2, y_2] \cdots [x_q, y_q] = 0,$$

where q is an integer greater than or equal to 2, are conjugated to block triangular matrix algebras. We also investigate the conjugation problem and the isomorphism problem in some classes of block triangular subalgebras of matrix algebras. Moreover, we examine when algebras from these classes have a unique block triangular form. Furthermore, for an arbitrary natural number q greater than or equal to 2, we find the maximum dimension of a subalgebra of a matrix algebra over a field satisfying the polynomial identity

$$[[x_1, y_1, z_1]] [[x_2, y_2, z_2]] \cdots [[x_q, y_q, z_q]] = 0$$

and we present a construction of a subalgebra with such dimension.

Keywords: matrix algebra, polynomial identity algebra, commutator, block matrices, isomorphism of algebras, conjugation of matrix algebras