

Streszczenie

W rozprawie badane są niezmiennicze tensory Nijenhuisa na przestrzeniach jednorodnych G/K oraz całkowalność związanych z nimi układów Hamiltonowskich, przy założeniu reduktywności grupy Liego G oraz niezmienniczości funkcji Hamiltona określonej na wiązce kostycznej $T^*(G/K)$. Tensor tego typu generuje dodatkową niezmienniczą strukturę Poissona na $T^*(G/K)$, zgodną z kanoniczną strukturą Poissona na wiązce kostycznej. Powstająca para Poissona poddana redukcji do przestrzeni funkcji G -niezmienniczych, pozwala na znalezienie rodziny G -niezmienniczych funkcji w inwolucji. Sformułowano w terminach algebry Liego warunki dostateczne i konieczne na zupełność tak powstającej rodziny funkcji (Twierdzenie 5.4.1). Uzyskane wyniki zastosowano do dowodu całkowalności w klasie funkcji analitycznych, wielomianowo zależnych od pędów, potoków geodezyjnych dla serii przestrzeni jednorodnych zwartych grup Liego G , z dwoma rodzajami metryk: metryką normalną, oraz metryką związaną z rozkładem grupy G na dwie podgrupy $G = G_1 \cdot G_2$, gdzie K powstaje jako część wspólna podgrup G_1, G_2 (Twierdzenia 6.2.2 i 6.3.2).

Słowa kluczowe: *struktury bihamiltonowskie, układy całkowalne, przestrzenie jednorodne, algebry Liego, całkowalność w sensie Liouville'a*

Konrad Lomper

Abstract

The thesis is devoted to study of invariant Nijenhuis $(1,1)$ -tensors on a homogeneous space G/K of a reductive Lie group G and integrability of related with them Hamiltonian systems of differential equations with a G -invariant Hamiltonian function on the cotangent bundle $T^*(G/K)$. Such a tensor induces an invariant Poisson tensor Π_1 on $T^*(G/K)$, which is Poisson compatible with the canonical Poisson tensor $\Pi_{T^*(G/K)}$. This Poisson pair can be reduced to the space of G -invariant functions on $T^*(G/K)$ and produces a family of Poisson commuting G -invariant functions. Necessary and sufficient conditions of the completeness of this family are given in Lie algebraic terms (Theorem 5.4.1). Obtained results are applied to proving the Liouville integrability in the class of analytic integrals polynomial in momenta of the geodesic flow on two series of homogeneous spaces G/K of compact Lie groups G for two kinds of metrics: the normal metric and new classes of metrics related to decomposition of G to two subgroups $G = G_1 \cdot G_2$, where $K = G_1 \cap G_2$ (Theorems 6.2.2 and 6.3.2).

Keywords: *bi-Hamiltonian structures, integrable systems, homogeneous spaces, Lie algebras, Liouville integrability*

Konrad Lomper