

Streszczenie

Praca poświęcona jest kolorowaniu grafów euklidesowych, w szczególności płaszczyzny i zbioru \mathbb{N} . Dowodzimy, że istnieje 2-kolorowanie płaszczyzny unikające r -repetycji na ścieżkach prostoliniowych. Wynik ten uogólniamy dla przestrzeni \mathbb{R}^d . Pokazujemy szereg oszacowań dotyczących liczby kolorów wymaganych w kolorowaniu \mathbb{N} w sposób unikający r -repetycji na podciągach z j -przeskokami, czyli takich, w których kolejne wyrazy różnią się o co najwyżej j . Wnioskiem z owych oszacowań jest twierdzenie mówiące, że 30 kolorów wystarczy, aby pokolorować płaszczyznę w sposób unikający repetycji na ciągach punktów współliniowych niewiele różniących się od jednostkowych ścieżek prostoliniowych, zwanych $[1, e]$ -ścieżkami prostoliniowymi. Dowodzimy również istnienia pewnych listowych kolorowań \mathbb{N} oraz \mathbb{Z}^2 produkujących antyrepetycje jako podsłowa, czy też odpowiednie kolumny pewnych skończonych podmacierzy.

Słowa kluczowe: ciągi nierepetytywne, unikanie wzorców, kombinatoryka na słowach, teoria Ramsey'a, Lokalny Lemat Lovásza, kompresja entropii, hipoteza Dejeana

Abstract

The dissertation is devoted to coloring of Euclidean graphs – the unit distance graph of \mathbb{R}^2 or natural numbers in particular. We prove, that there exists a 2-coloring of the plane that avoids r -repetitions on straight lines for some r . This result is also extended to \mathbb{R}^d space. We show several bounds for the number of colors required to the coloring of \mathbb{N} , which avoids r -repetitions on such subsequences of \mathbb{N} , that its consecutive terms are no more than j apart. The theorem saying that 30 colors is enough to color the plane in a way avoiding repetitions on so called $[1, e]$ -straight paths is an application of those bounds. We prove also the existence of some list colorings of \mathbb{N} and \mathbb{Z}^2 producing antirepetitions as its subwords, or some columns of particular submatrices.

Key words: nonrepetitive sequence, pattern avoidance, combinatorics on words, Ramsey theory, Lovász Local Lemma, entropy compression, Dejean's conjecture