

# Streszczenie

Niniejsza rozprawa doktorska obejmuje tematykę optymalnego projektowania ciał i konstrukcji sprężystych. Głównym założeniem jest wykorzystanie nowoczesnych narzędzi teorii miary oraz dualności w celu opracowania matematycznej teorii zagadnień optymalizacji, zarówno tych znanych w literaturze, jak i nowo zaproponowanych. Uwaga poświęcona jest szczególnej klasie zadań minimalizacji podatności, które mogą być sprowadzone do pary wzajemnie dualnych zadań wariacyjnych: pierwotnego zadania przemieszczeniowego oraz dualnego zadania naprężeniowego. Ze względu na liniowy wzrost funkcjonału całkowego minimalizowanego w zadaniu dualnym optymalne pole naprężeń jest tensorową miarą.

Pierwszym poruszonym zagadnieniem jest Projektowanie Materiału z Wolnego Wyboru (ang. Free Material Design, FMD), sformułowane w połowie lat 90-tych. Polega ono na optymalnym doborze pola tensora Hooke'a. W niniejszej rozprawie teoria zadania FMD została opracowana poprzez dostosowanie metod Optymalnego Projektowania Masy Bouchitté-Buttazzo. Ponadto sformułowanie FMD zostało uogólnione poprzez możliwość wyboru stożka dopuszczalnych tensorów Hooke'a oraz nieliniowego związku konstytutywnego. Wokół pary wzajemnie dualnych zadań opracowana została metoda elementów skończonych, która finalnie prowadzi do zadania programowania stożkowego.

Zadanie optymalnego projektowania płaskiej membrany jest propozycją nowego sformułowania, poczynsz od geometrycznie nieliniowego modelu membrany. Pomimo nieliniowości zadanie optymalnej membrany udaje się powiązać z parą wzajemnie dualnych zadań. Analiza przemieszczeniowego zadania stanowi jedno z większych wyzwań rozprawy. Pożądana zwartość zbioru dopuszczalnego została udowodniona dzięki aparatowi maksymalnych funkcji monotonicznych. Metoda numeryczna została zbudowana w oparciu o technikę konstrukcji bazowej znaną z optymalizacji kratownic, po raz kolejny otrzymując zadanie programowania stożkowego. Dodatkowo ukazane zostało niespodziewane połączenie z zadaniem optymalnego transportu Monge'a-Kantorowicza: projektowanie optymalnej membrany jest związane z poszukiwaniem metryki, która maksymalizuje koszt transportu.

Jako ostatnie podjęte zostało zagadnienie optymalnego projektowania przekryć. Poszukiwana jest konstrukcja skupiona na pojedynczej powierzchni rozpiętej nad płaskim poziomym obszarem. Dopuszczalne są wyłącznie naprężenia ściskające, podczas gdy obciążenia grawitacyjne migrują pionowo śledząc powierzchnię. W niniejszej rozprawie zaproponowana jest nowa metoda konstruowania optymalnych przekryć na podstawie rozwiązania dwuwymiarowego zadania optymalnej membrany. Poszukiwana powierzchnia jest wykresem ugięcia membrany, natomiast trójwymiarowe pole naprężeń powstaje przez odrzutowanie napięcia w membranie. Tak budowane przekrycia są nie tylko daleko idącym uogólnieniem koncepcji siatek łukowych Pragera-Rozvany'ego, ale również, jak udowodniono, są one optymalne w klasie dowolnych konstrukcji 3D pod warunkiem, że obciążenia są migrujące.

**Słowa kluczowe:** optymalne projektowanie, minimalizacja podatności, projektowanie anizotropii, konstrukcje Michella, optymalna membrana, zadanie Monge'a-Kantorowicza, zadanie Pragera, projektowanie przekryć.